Institutionen för Elektromagnetism och plasmafysik
Skolan för Elektroteknik och datavetenskap
KTH, Teknikringen 29
Lorenzo Frassinetti.

KURS-PM HT 2026

ED1110 VEKTORANALYS 4.5 hp

1. HEMSIDA

https://canvas.kth.se/courses/64155

2. OM KURSEN

I denna kurs i vektoranalys kommer fokus att ligga på att förmedla förståelse, och en stor del av examinationen kommer att vara förlagd löpande under kursens gång. Orsaken till detta är att vi vill stimulera dig till aktivt lärande under hela kursen. Om du är aktiv under kursen behöver du kanske inte ens skriva tentan. Det som behövs för att bli godkänd är godkända hemuppgifter och aktivt deltagande under klassundervisningen. Diskutera gärna för att lösa hemuppgifterna, om du lär dig bättre av det, men kom ihåg att formulera alla svar självständigt. ***Plagiering*** (att presentera någon annans arbete som sitt eget, utan att ange källa) är ***förbjuden*** på KTH och bestraffas med exempelvis avstängning från studierna.

Vektoranalys är i huvudsak en ”mattekurs”. Målet för kursen är att ge dig användbara matematikverktyg för att förstå och hantera kommande kurser och senare uppgifter i arbetslivet. För motivationens skull är det viktigt att hela tiden se tillämpningar. Därför kommer du under kursen att se delmål i form av tillämpningar eller ett tydligt formulerat problem, som vi vill lösa.

Tre av er studenter kommer att representera studentgruppens åsikter och tillsammans med läraren utgöra en kursnämnd. Om något kan förbättras under kursens gång så försöker vi alltså göra det.

2.1 Ämnesbeskrivning

I geometrin och mekaniken utgör vektorer (storheter med både storlek och riktning) mycket användbara verktyg. Vidare kan nya vektorer bildas med hjälp av addition, subtraktion, skalärmultiplikation eller kryssprodukt av gamla. Ibland kan man ha behov av att bestämma hur en vektorstorhet *varierar* i rummet eller tiden, det vill säga man intresserar sig för dess derivata. Vektoranalys behandlar just derivator och integraler av vektorfunktioner.

Vektoranalysen har mycket stor praktisk användbarhet eftersom den tillåter en komprimerad och intuitiv formulering. Det visar sig att vektoranalys är mycket användbar inom ämnen som teoretisk elektroteknik, vågrörelselära, strömningsmekanik, plasmafysik, gasdynamik och relativitetsteori.

2.2 Kursansvar och lärare

Kurslärare

Föreläsningar:
Lorenzo Frassinetti, lektor i Fusionsplasmafysik
e-post: lorenzof@kth.se, tel: 08 790 6575

Övningar och Lektioner:
- Arnaud Lafay, e-post: lafay@kth.se
  forskarstuderande i Fusionsplasmafysik.
- Olle Sundberg, e-post: olsu@kth.se
  forskarstuderande i Fusionsplasmafysik.

Examinator

Lorenzo Frassinetti, lektor i Fusionsplasmafysik
e-post: lorenzof@kth.se, tel: 08 790 6575

2.3 Innan kursen

Vi rekommenderar att gå igenom vektoralgebra, cylindriska och sfäriska koordinatsystem och att läsa Kapitel 1, Kapitel 2 och Kapitel 3 i boken ”Vektoranalys” (Frassinetti/Scheffel). Detaljerade anvisningar återfinns på kurshemsidan.

2.4 Kurslitteratur

I år använder vi en ny bok, som kan köpas på Kårbokhandeln:

- Titel: Vektoranalys
- Författare: L. Frassinetti, J. Scheffel
- Förlag: Liber
- ISBN: 978-91-47-12617-0
- Webbsida: https://www.liber.se/produkt/vektoranalys-22799

Du kan gratis ladda ned viktiga dokument:

- Errata (lista med tryckfel).
- Ledtrådar till räkneövningarna.
- Fullständiga lösningar till räkneövningarna.
- Appendix: viktiga tillämpningar av grundläggande begrepp.

Föreläsningsanteckningar och annat material kommer att läggas ut kontinuerligt på kurshemsidan https://canvas.kth.se/courses/64155/modules under kursens gång.

3. FÖRELÄSNINGAR, ÖVNINGAR OCH LEKTIONER

Schemat för föreläsningar, räkneövningar, lektioner, tenta och omtenta ser ut på följande sätt:

Vecka	Veckodag	Startdatum	Starttid	Sluttid	Aktivitet	Grupp	Lokal
Vecka 1 av kursen							
v 35	Måndag	2026-08-24	09:00	12:00	Föreläsning		K1
v 35	Måndag	2026-08-24	13:00	15:00	Föreläsning		B2
v 35	Tisdag	2026-08-25	10:00	12:00	Föreläsning		D2
v 35	Tisdag	2026-08-25	13:00	16:00	Övning	A	Q33
						B	Q34
v 35	Fredag	2026-08-28	08:00	10:00	Lektion	A	U41
						B	U51
Vecka 2 av kursen							
v 36	Måndag	2026-08-31	10:00	12:00	Föreläsning		D2
v 36	Måndag	2026-08-31	13:00	15:00	Föreläsning		B2
v 36	Onsdag	2026-09-02	15:00	18:00	Övning	A	Q33
						B	Q34
v 36	Fredag	2026-09-04	08:00	10:00	Lektion	A	V32
						B	V34
Vecka 3 av kursen							
v 37	Måndag	2026-09-07	10:00	12:00	Föreläsning		B2
v 37	Måndag	2026-09-07	13:00	15:00	Föreläsning		D2
v 37	Onsdag	2026-09-09	10:00	12:00	Övning	A	Q31
						B	Q33
v 37	Fredag	2026-09-11	15:00	17:00	Lektion	A	V32
						B	V34
Vecka 4 av kursen							
v 38	Måndag	2026-09-14	10:00	12:00	Föreläsning		D2
v 38	Måndag	2026-09-14	13:00	15:00	Föreläsning		D2
v 38	Onsdag	2026-09-16	08:00	10:00	Övning	A	V32
						B	V34
v 38	Fredag	2026-09-18	08:00	10:00	Lektion	A	Q33
						B	Q36
Vecka 5 av kursen							
v 39	Måndag	2026-09-21	10:00	12:00	Föreläsning		B2
v 39	Tisdag	2026-09-22	13:00	15:00	Föreläsning		D2
v 39	Onsdag	2026-09-23	15:00	17:00	Övning	A	Q33
						B	Q34
v 39	Fredag	2026-09-25	13:00	15:00	Lektion	A	V2
						B	V3
Vecka 6 av kursen							
v 40	Måndag	2026-09-28	08:00	10:00	Föreläsning		B2
v 40	Måndag	2026-09-28	13:00	15:00	Föreläsning		B2
v 40	Onsdag	2026-09-30	08:00	10:00	Övning	A	Q31
						B	Q36
v 40	Torsdag	2026-10-01	10:00	12:00	Övning	A	Q34
						B	Q36
v 40	Fredag	2026-10-02	13:00	15:00	Lektion	A	W38
						B	W42
Tenta och omtenta							
v 42	Fredag	2026-10-16	08:00	13:00	Tentamen		
v 51	Måndag	2026-12-14	08:00	13:00	Omtenta		

3.1 Föreläsningar

Föreläsningarnas syfte är att skapa en förståelse för de vektoranalytiska sambanden och att relatera dessa till de uppgifter vi vill kunna lösa.

Hemuppgifter delas ut vid varje föreläsning. Hemuppgiften ska lämnas in på efterföljande lektion (på fredagarna). Information om poäng och betyg för hemuppgifterna kan hittas senare i detta kurs-PM under *3.4 Uppgifter* och *6.3 Examination*.

3.2 Övningar

Syftet med räkneövningarna är att se vektoranalysens praktiska tillämpningar och att träna sig i att gå från problemformulering till lösningsskiss.

Vilket klassrum ni ska vara i under övningar står på Canvas (det finns tre parallella klassrum).

Varje räkneövning löser läraren några tal på tavlan. Varefter studenterna delas in i små grupper (2-3 studenter per grupp) för att diskutera och lösa en ny räkneuppgift. Information om poäng och betyg för gruppuppgifterna kan hittas senare i detta kurs-PM under *3.4 Uppgifter* och *6.3 Examination*.

3.3 Lektioner

I vektoranalysen är det viktigt att kursdeltagarna skaffar sig mycket ”hands on” genom att öva själva. Förutom att göra detta på egen disponerad tid, finns det på lektionerna en möjlighet att fråga läraren om specifika eller allmänna frågor.

Vilket klassrum ni ska vara i under lektioner står på Canvas (det finns tre parallella klassrum).

På lektionerna föreslås några problemuppgifter som deltagarna får räkna på individuellt eller i grupp. Läraren svarar på frågor och reder ut oklarheter. Några gånger under lektionerna kan läraren samla gruppen för att reda ut viktigare saker.

Vid varje lektion delas en inlämningsuppgift ut. Denna löses individuellt av studenten och lösningen lämnas in vid lektionens slut. Information om poäng och betyg för de individuella uppgifterna kan hittas senare i detta kurs-PM under *3.4 Uppgifter* och *6.3 Examination*.

3.4 Uppgifter

- **Uppgifterna är inte obligatoriska**.
- **Vi tar bara emot skriftliga inlämningar**. Inlämningar skickade via e-mail och canvas kommer inte rättas.
- Skriv ditt namn överst på bladet. Lösningar utan namn riskerar att exkluderas.
- **Skriv tydligt!** Om läraren **inte kan läsa** uppgiften kommer **noll poäng** att utdelas. Alltså:
  - skriv tydligt
  - använd tydliga logiska steg
  - markera svaret (med understrykning t ex)
  - förenkla matematiska uttryck (till exempel: $8/2 \rightarrow$ skriv 4, $9^{1/2} \rightarrow$ skriv 3)
  - använd lämplig notation för vektorer (t.ex. överstreck) och vid utförande av vektoroperationer. Felaktig notation ger avdrag i hemuppgifter (-0.05p per fel).
- **Mer informationer och tidsgränser**:

- **Hemuppgifter**. Det utdelas en hemuppgift per vecka. Du har 4-5 dagar för att utföra uppgiften; tidsgränsen är på fredagen samma vecka, på början av lektion. Du kan diskutera med dina kollegor för att lösa hemuppgifterna men du måste **lösa uppgiften strikt individuellt samt formulera alla svar självständigt. Om vi misstänker plagiering så kan ni bli anmälda till KTH.**

  Felaktig notation ger avdrag (**-0.05p per fel**).

  Maximalt 0.5 poäng kan erhållas för varje väl löst hemuppgift.

- **Gruppuppgifter**. Det ges en gruppuppgift per vecka, på slutet av varje ”Övning”. Du har 25 minuter på dig att utföra uppgiften. Du får inte använda hjälpmedel som anteckningar, bok eller internet. Lämna endast in en lösning per grupp. Under de sista fem minuterna av passet så kommer vi gå igenom lösningen på tavlan.

  Funkastudenter kan börja lösa uppgiften 10 min tidigare om de vill.

  Uppgiften ger maximalt 0.5 poäng per tillfälle.

- **Individuella uppgifter**. Det ges en individuell uppgift per vecka, på slutet av varje ”lektion”. Du har 25 minuter på dig att utföra uppgiften. Du får inte använda hjälpmedel som anteckningar, bok eller internet.

  Under de sista fem minuterna av passet så kommer vi gå igenom lösningen på tavlan.

  Funkastudenter kan börja lösa uppgiften 10 min tidigare om de vill.

  Uppgiften ger maximalt 1.0 poäng per tillfälle.

- För detaljer om poäng, se sektionen ”Uppfyllelse av de sex lärandemålen under resans gång: löpande examination”, sektion 6.3.

3.5 Kursutvärdering

Formativ kursutvärdering kommer att tillämpas. Med detta menas att kursen utvärderas under den tid den ges. Därmed kan kursens upplägg påverkas medan den håller på. En kursnämnd, bestående av kursansvarig och tre teknologrepresentanter, sammanträder vid två tillfällen under kursens gång. Ett kursutvärderingsformulär kommer att delas ut till alla kursdeltagare vid kursens slut.

3.6 Funktionsnedsättning

Om du har en funktionsnedsättning, kan du få stöd via Funka.
Informera kursansvarig: vi rekommenderar dig att informera kursansvarig om eventuella behov.

4. KURSENS HUVUDSAKLIGA INNEHÅLL

Vecka 1

- Grundläggande vektoralgebra (Kapitel 1)
- Derivering och integration av vektorvärda funktioner i kartesiska, cylindriska och sfäriska koordinatsystem (Kapitel 2, 3)
- Gradienten och riktningsderivatan (Kapitel 4)
- Potentialen (Kapitel 5)
- viktiga tillämpningar av grundläggande begrepp (Appendix)

Vecka 2

- Linjeintegraler (Kapitel 6)
- Ytintegraler (Kapitel 7)

Vecka 3

- Divergensen och Gauss sats (Kapitel 8)
- Rotationen och Stokes sats (Kapitel 9)

Vecka 4

- Kroklinjiga koordinatsystem (Kapitel 10)

Vecka 5

- Nablaoperatorn och nablaräkning (Kapitel 11, 14)
- Indexräkning (Kapitel 12)
- Integralsatser (Kapitel 15)

Vecka 6

- Viktiga vektorfält och integration av dessa (Kapitel 16)
- Laplaces och Poissons ekvationer (Kapitel 17)

5. LÄRANDEMÅL (ILO)

Kursen har som syfte att ge förståelse för vektoranalytiska samband, att visa på praktiska tillämpningar av vektoranalys samt att ge träning i problemformulering och lösningsmetoder. **För att bli godkänd på kursen måste studenten, på en grundläggande nivå, uppfylla sex lärandemål** (på engelska: ”intended learning outcomes, ILOs”). Dessa utgörs av att kunna

1. tillämpa vektoralgebra och använda gradienten av skalärfält för att lösa elementära problem inom fysiken
2. utföra linje-, yt- och volymsintegration samt derivering av skalärfält och vektorfält
3. fysikaliskt tolka divergensen och rotationen och tillämpa dessa operatorer för att utföra yt- och linjeintegration med hjälp av Gauss och Stokes satser
4. identifiera det mesta lämpliga koordinatsystemet för ett givet problem och tillämpa gradienten, divergensen och rotationen i det utvalda koordinatsystemet
5. använda indexräkning och nablaräkning för att förenkla och utföra vektoranalytiska beräkningar
6. lösa Poissons ekvation med lämpliga randvillkor för problem med cylindriska och sfäriska symmetrier

6. EXAMINATION

Tentan ges på plats i KTH campus.

6.1 Betygsättningen i kursen

En sjugradig skala A-F används.
För att få godkänt i kursen, betyg (E), måste studenten uppfylla alla sex lärandemål (ILO) på en grundläggande nivå. För högre betyg krävs goda kunskaper och färdigheter i kursmålen och dessutom god förmåga att på ett kreativt sätt tillämpa vektoranalytiska samband på tillämpade problem.

6.2 Betyg och tentamen

Kursen kan ge dig betyget A, B, C, D, E, FX eller F. En huvudtanke är att du kan visa att du uppfyller kursmålen och bli godkänd (betyg E) på kursen *utan att behöva tentera*, men då måste du delta aktivt i undervisningen (se ovan) och uppfylla alla sex lärandemål (ILO). Om du inte når upp till godkänt under kursens gång och/eller siktar på något av de högre betygen A, B, C eller D måste du hämta ytterligare poäng på tentan.

6.3 Uppfyllelse av de sex lärandemålen under resans gång: ”löpande examination”.

Varje lärandemål (ILO) utvärderas under löpande examination, med ett ILO utvärderat varje vecka. Varje vecka består den löpande examinationen av:

1. en hemuppgift (maximalt 0.5 poäng). Utdelas varje föreläsning. För godkänt skall den inlämnas till påföljande veckas föreläsning.
2. en gruppuppgift (maximalt 0.5 poäng). Utdelas på övningarna.
3. en individuell uppgift (maximalt 1.0 poäng). Utdelas på lektionerna.

För att uppfylla ett ILO behöver studenten

- minst 1.5 poäng när poängen från hemuppgiften, gruppuppgiften och den individuella uppgiften läggs ihop för motsvarande kursvecka.

Varje godkänt ILO svarar mot 1.5 poäng på tentamen, medan ej godkända ILO ger 0 poäng.

Studenten kan erhålla godkänt betyg på kursen (betyg E) utan att behöva tentera om alla sex ILOs uppfylls under den löpande examinationen.

6.4 Vilka ska tentera?

De som uppfyllde alla sex lärandemål (ILO) under löpande examination är godkända för betyget E på kursen och behöver inte tentera.
Studenter som:

- önskar högre betyg (D, C, B, A), eller
- inte deltar i den löpande examinationen, eller
- inte har uppfyllt vissa ILO i den löpande examinationen

kan tentera.

Tentamen består av åtta uppgifter:

- sex grundläggande uppgifter, ett problem för varje ILO,
- två mer avancerade uppgifter.

För att nå betyget E på tentamen är det tillräckligt att uppvisa en rimlig lösning (se tabell nedan) på de grundläggande problem som motsvarar de ILO som inte har uppfyllts i den löpande examinationen.

6.5 Hur ser tentan ut?

Tentamen är skriftlig och individuell. Den består av **åtta uppgifter** om 3 poäng vardera. Några uppgifter kan vara teoretiska (bevisa en sats). Det finns en uppgift för varje ILO (de första sex grundläggande uppgifterna i tentamen). För betygen B eller A måste studenten dessutom lösa två avancerat uppgifter (uppgift 7 och uppgift 8).
Följande betygskriterier gäller:

BETYG	KRITERIER	TENTAMENSPROBLEM/POÄNG
E	uppfyller alla sex ”ILO” på en grundläggande nivå	1.5 poäng för varje grundläggande uppgift eller löpande examination, svarande mot 9 poäng.
D	samma som E plus god förståelse av två ”ILO”	som “E” men minst totalt 12 poäng (inklusive den löpande examinationen) från valfria uppgifter.

C	samma som E plus god förståelse av tre ”ILO”	som “E” men minst totalt 15 poäng (inklusive den löpande examinationen) från valfria uppgifter.
B	samma som C plus hög förståelse av tre ”ILO”	som “E” men minst totalt 18 poäng (inklusive den löpande examinationen) från valfria uppgifter varav minst 2 poäng från ett avancerat problem.
A	hög förståelse av alla ”ILO”	som “E” men minst totalt 21 poäng (inklusive den löpande examinationen) från valfria uppgifter varav minst 2 poäng från varje avancerat problem

6.7 Teoretiska tentamensuppgifter.

Några uppgifter kan vara teoretiska, d.v.s. bevisa en av följande sats (från ”Vektoranalys, Frassinetti/Scheffel”):

1) Sats 4.1
2) Sats 6.3
3) Sats 6.4
3) Gauss sats
5) Stokes sats
6) Sats 10.1
7) Sats 16.1
8) Sats 16.2
9) Sats 17.1

6.8 Något mer att säga om tentamen?

Tentamenstiden är 5 timmar.

6.9 Komplettering

De som har uppfyllt minst 5 lärandemål (men ej alla 6 lärandemål) efter ordinarie examination erhåller betyget FX och kan erhålla kompletteringsuppgifter, att utföras inom sex terminsveckor efter kursslut. Kompletteringsuppgifter testar det/de lärandemål som inte har uppfyllts. För godkänd komplettering krävs minst 2.5 poäng.

Anmäl intresse till kursansvarig, så snart som möjligt efter det att examinationsresultaten meddelats, för tilldelning av uppgifter.

6.10 Omtenta

Endast ILOs uppfyllde i löpande examinationen är giltiga vid omtenta. ILOs uppfyllde i tentan är INTE giltiga vid omtenta.

Det finns bara ett datum för omtentamen, den 14 December 2026.

6.11 Tentamensanmälningen

Anmälningen stänger några veckor innan respektive tentamensdatum. De som önskar tentera måste anmäla sig - obligatorisk anmälan gäller på KTH.

6.12 Möjlighet till plussning

Efter tentamen, om du vill höja ditt betyg kan du delta i omtentamen. Tänk på att vid omtentamen är endast resultatet av den löpande examinationen giltiga. Eventuella poäng från tentamen bortses från.